

Prova 4

MAT 038 (GAAL) - Turma TB2

7 de julho de 2016

Nome:

Justifique todas as respostas.

1. Considere os vetores $V_1 = (2, 1, 3)$ e $V_2 = (2, 6, 4)$.

(a) (1 ponto) Seja V_3 um vetor do \mathbb{R}^3 . Quais as condições sobre $\{V_1, V_2, V_3\}$ para que $\{V_1, V_2, V_3\}$ seja uma base do \mathbb{R}^3 ?

(b) (1 ponto) Determine V_3 tal que $\{V_1, V_2, V_3\}$ seja uma base do \mathbb{R}^3 .

2. (3 pontos) Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Determine as matrizes P e D tais que

$$A = PDP^T.$$

3. (3 pontos) Calcule os autovalores e os autovetores da matriz

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Em outras palavras, calcule os autovalores e determine uma base para os auto-subespaços associados a cada autovalor.

4. Em cada item abaixo, responda se a afirmação é verdadeira ou falsa e justifique sua resposta.

(a) (1 ponto) A matriz

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

é ortogonal para qualquer valor de θ .

(b) (1 ponto) A matriz

$$\begin{bmatrix} a & 3 \\ 3 & a \end{bmatrix}$$

não é diagonalizável para qualquer valor de a .