Resposta da Lista de Exercícios 1

Gustavo de Oliveira

21 de setembro de 2017

1 Respostas da Lista de Exercícios 1

1.1 Matrizes e Sistemas Lineares

http://bit.ly/gaal-2017

Exercício 1

```
A = matrix([[1, 2, 3], [4, 5, 6]])
B = matrix([[-1, 2, 0], [3, -2, 1]])
```

```
A
```

```
[1 2 3]
[4 5 6]
```

```
B
```

```
[-1  2  0]
[ 3 -2  1]
```

```
A + 2*B
```

```
[-1  6  3]
[10  1  8]
```

```
A - B
```

```
[2 0 3]
[1 7 5]
```

```
A.transpose()
```

```
[1 4]
[2 5]
[3 6]
```

```
A.transpose()*B
```

```
[11 -6  4]
[13 -6  5]
```

```
[15 -6  6]
```

Exercício 2

AB é uma matriz 3×7. AC não está definido. BA não está definido. BC é uma matrix 4×3. CA é uma matriz 7×4. CB não está definido.

AB é uma matriz 3×7. AC não está definido. BA não está definido. BC é uma matrix 4×3. CA é uma matriz 7×4. CB não está definido.

Exercício 3

```
A = matrix([[1, 2, 3], [1, 2, 1]])
B = matrix([[-1, 2], [-3, 1], [-2, 1]])
C = matrix([[2, -11, 2]])
```

```
A
```

```
[1 2 3]
[1 2 1]
```

```
B
```

```
[-1  2]
[-3  1]
[-2  1]
```

```
C
```

```
[  2 -11   2]
```

$$AA \text{ não está definido.}$$

```
A*B
```

```
[-13   7]
[ -9   5]
```

$$AC \text{ não está definido.}$$

$$BB \text{ não está definido.}$$

```
B*A
```

```
[ 1  2 -1]
[-2 -4 -8]
[-1 -2 -5]
```

$$BC \text{ não está definido.}$$

$$CC \text{ não está definido.}$$

$$CA \text{ não está definido.}$$

```
C*B
```

[27 -5]

Exercício 4

```
A = matrix([[0, 2, -3], [5, 4, 1]])
I3 = identity_matrix(3)
ZERO = zero_matrix(2, 2)
```

```
A
```

[0 2 -3]
[5 4 1]

```
I3
```

[1 0 0]
[0 1 0]
[0 0 1]

```
ZERO
```

[0 0]
[0 0]

```
A*I3
```

[0 2 -3]
[5 4 1]

```
ZERO*A
```

[0 0 0]
[0 0 0]

Exercício 5

```
A = matrix([[1, 1], [0, 1]])
```

```
A
```

[1 1]
[0 1]

```
A^2
```

[1 2]
[0 1]

```
A^3
```

[1 3]
[0 1]

```
A^4
```

[1 4]
[0 1]

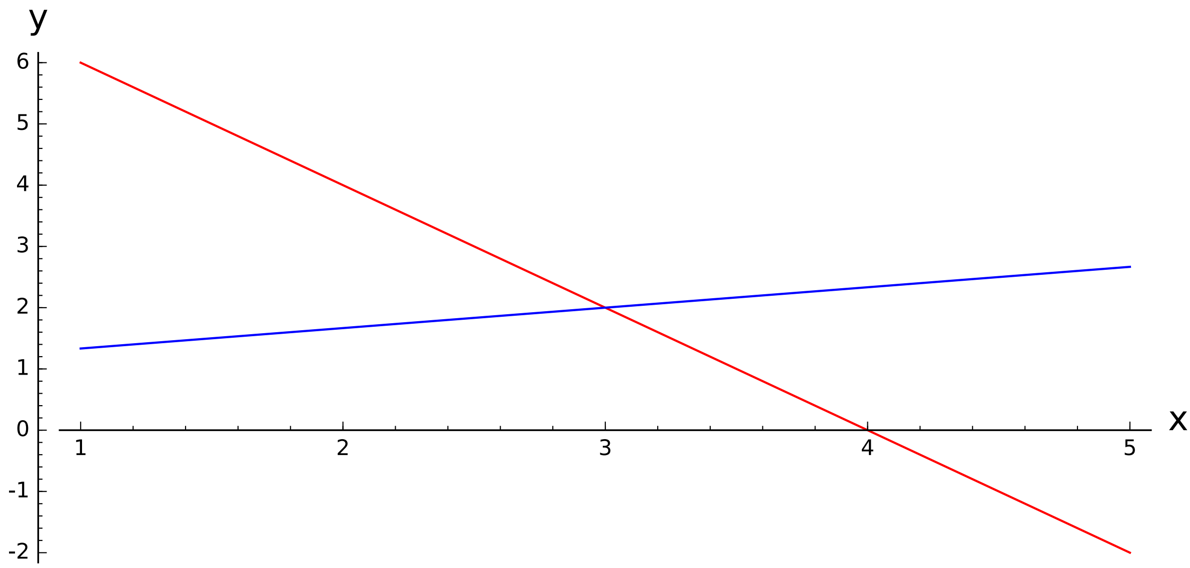
Não. A matriz B^2 está definida para qualquer matriz *quadrada* B.

Exercício 6

Não. De fato $(A+B)^2 = (A+B)(A+B) = A^2 + AB + BA + B^2 \neq A^2 + 2AB + B^2$ pois $AB \neq BA$.

Exercício 7

```
p1 = plot(8-2*x, (1, 5), color="red", axes_labels=["x", "y"])
p2 = plot((-3-x)/(-3), (1, 5), color="blue")
p1+p2
```



```
Aumentada = matrix(QQ, [[2, 1, 8], [1, -3, -3]])
Aumentada
```

```
[ 2  1  8]
[ 1 -3 -3]
```

```
Aumentada.echelon_form()
```

```
[1 0 3]
[0 1 2]
```

Logo a solução do sistema é $x = 3$ e $y = 2$. Portanto o ponto de interseção das retas é $(x, y) = (3, 2)$.

Exercício 8

```
matrix([[1, -2, 3, 6], [4, -5, -6, 7], [8, 9, 10, 11]])
```

```
[ 1 -2  3  6]
[ 4 -5 -6  7]
[ 8  9 10 11]
```

Exercício 9

```
Aum = matrix(QQ, [[1, 1, 1, 6], [1, -1, 1, 0], [2, 1, -8, -11]])
Aum
```

```
[  1   1   1   6]
[  1  -1   1   0]
[  2   1  -8 -11]
```

```
Aum[1,:] = Aum[1,:] - Aum[0,:]
Aum
```

```
[  1   1   1   6]
[  0  -2   0  -6]
[  2   1  -8 -11]
```

```
Aum[2,:] = Aum[2,:] - 2*Aum[0,:]
Aum
```

```
[  1   1   1   6]
[  0  -2   0  -6]
[  0  -1 -10 -23]
```

```
Aum[1,:] = -(1/2)*Aum[1,:]
Aum
```

```
[  1   1   1   6]
[  0   1   0   3]
[  0  -1 -10 -23]
```

```
Aum[2,:] = Aum[2,:] + Aum[1,:]
Aum
```

```
[  1   1   1   6]
[  0   1   0   3]
[  0   0 -10 -20]
```

```
Aum[2,:] = -(1/10)*Aum[2,:]
Aum
```

```
[1 1 1 6]
[0 1 0 3]
[0 0 1 2]
```

Portanto $x_3 = 2$, $x_2 = 3$ e $x_1 + x_2 + x_3 = 6$ o que implica $x_1 + 3 + 2 = 6$ o que implica $x_1 = 1$. Ou seja, a solução do sistema é $x_1 = 1$, $x_2 = 3$ e $x_3 = 2$.

Exercício 10

As soluções dos sistemas correspondentes são, respectivamente,

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6+2s_2 \\ s_2 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

para qualquer valor de s_2 e

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3-2s_2-s_4 \\ s_2 \\ 4-s_4 \\ s_4 \end{bmatrix}$$

para quaisquer valores de s_2 e s_4.

Exercício 11

```
Aum = matrix(QQ, [[1, -2, 3, 2], [2, -3, 2, 2], [3, -2, -4, 9]])
Aum
```

```
[ 1 -2  3  2]
[ 2 -3  2  2]
[ 3 -2 -4  9]
```

```
Aum.echelon_form()
```

```
[   1    0    0 49/3]
[   0    1    0 38/3]
[   0    0    1 11/3]
```

Portanto a solução do sistema é

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 49/3 \\ 38/3 \\ 11/3 \end{bmatrix}.$$

```
Aum = matrix(QQ, [[2, 1, -1, 6], [1, -2, -2, 1], [-1, 12, 8, 7]])
Aum
```

```
[ 2  1 -1  6]
[ 1 -2 -2  1]
[-1 12  8  7]
```

```
Aum.echelon_form()
```

```
[   1    0 -4/5 13/5]
[   0    1  3/5  4/5]
```

[0 0 0 0]

Portanto a solução do sistema é

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13/5 + (4/5)s \\ 4/5 - (3/5)s \\ s \end{bmatrix}$$

para qualquer valor de s.

```
Aum = matrix(QQ, [[1, 2, 4, 1], [1, 1, 3, 2], [2, 5, 9, 1]])
Aum
```

[1 2 4 1]
[1 1 3 2]
[2 5 9 1]

```
Aum.echelon_form()
```

[1 0 2 3]
[0 1 1 -1]
[0 0 0 0]

Portanto a solução do sistema é

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 - 2s \\ -1 - s \\ s \end{bmatrix}$$

para qualquer valor de s.

```
Aum = matrix(QQ, [[1, 2, 4, 1], [1, 1, 3, 2], [2, 5, 9, 3]])
Aum
```

[1 2 4 1]
[1 1 3 2]
[2 5 9 3]

```
Aum.echelon_form()
```

[1 0 2 0]
[0 1 1 0]
[0 0 0 1]

Portanto o sistema não tem solução.

```
Aum = matrix(QQ, [[3, -1, -2, 2, 7], [2, -2, 5, -7, 1], [-4, -4, 7, \
    -11, -13]])
Aum
```

[3 -1 -2 2 7]

```
[ 2 -2  5 -7  1]
[-4 -4  7 -11 -13]
```

```
Aum.echelon_form()
```

```
[     1      0      0   1/14  29/14]
[     0      1      0  25/42  11/42]
[     0      0      1 -25/21 -11/21]
```

Portanto a solução do sistema é

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 29/14 - (1/14)s \\ 11/42 - (25/42)s \\ -11/21 + (25/21)s \\ s \end{bmatrix}$$

para qualquer valor de s.

Exercício 12

```
Aum = matrix(QQ, [[1, 2, 0, 7], [4, 8, 6, 10], [-4, -8, 10, 81]])
Aum
```

```
[ 1  2  0  7]
[ 4  8  6 10]
[-4 -8 10 81]
```

```
Aum.echelon_form()
```

```
[1 2 0 0]
[0 0 1 0]
[0 0 0 1]
```

Esse sistema não possui solução.

Exercício 13

Esse sistema possui soluções se $-b_1 + b_2 + b_3 = 0$.

Exercício 14

Esse sistema possui solução para quaisquer valores de α e β e quaisquer valores de a, b, c e d tais que $ad - bc \neq 0$.