Lista de Exercícios 3
Vetores

MAT 038 – GAAL

1. Em cada um dos casos listados abaixo, esboce o conjunto dos pontos (x, y) cujas coordenadas x e y satisfazem as condições especificadas:

(a) $|x| + y = 0$.

(b) $x > y$.

(c) $|x - 3| < 1$.

(d) $|x| > 2$ e $|y| > 3$.

2. Considere os pontos $A = (-1, 2)$ e $B = (3, 4)$. Desenhe o vetor $\overrightarrow{AB}$ com ponto inicial no ponto A, com ponto inicial no ponto O (origem), e com ponto inicial no ponto $C = (2, -1)$.

3. Determine o ponto C tal que $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$ onde $A = (0, -2)$ e $B = (1, 0)$.

4. Considere os vetores $U = (3, -1)$ e $V = (1, 4)$. Calcule e desenhe os vetores $U + V$ e $U - V$.

5. Considere o vetor $V = (-2, 4)$. Calcule $2V$, $(1/2)V$, e $-2V$. Desenhe os vetores V, $2V$, $(1/2)V$ e $-2V$ com ponto inicial na origem O.

6. Suponha que A e X são vetores no espaço e que $5X - A = 2(A + 2X)$. Determine X.

7. Determine quais dos seguintes vetores são colineares: $U = (6, -4, -2)$, $V = (-9, 6, 3)$ e $W = (15, -10, 5)$.

8. Sejam $P = (x, y, z)$ e $P' = (3, 1, -2)$ dois pontos no espaço. Calcule a distância entre P e P'. Determine uma equação para as coordenadas do ponto cuja distância ao ponto P' é igual a 2.

9. Sejam $U = (1, 2, -3)$ e $V = (-3, 5, 2)$. Calcule os seguintes objetos:

(a) O produto escalar de U e V.

(b) $\|U\|$ e $\|V\|$.

(c) O ângulo entre U e V.

(d) O vetor unitário na direção e sentido de U.

10. Determine o ângulo entre as diagonais de duas faces adjacentes de um cubo.

11. Determine o valor de x para o qual $V = (x, 3, 4)$ e $W = (3, 1, 2)$ são ortogonais.

12. Demonstre que não existe x tal que $V = (x, 2, 6)$ e $W = (x, -2, 3)$ são ortogonais.

13. Determine a equação da reta no plano que é perpendicular ao vetor $N = (2, 3)$ e passa pelo ponto $P_0 = (-1, 1)$.

14. Calcule a projeção de V sobre U em cada caso:

(a) $V = (-1, 3)$ e $U = (2, 1)$.

(b) $V = (1, 2, 3)$ e $U = (1/2, 1/2, 1/\sqrt{2})$.

(c) $V = (1, 2, 3)$ e $U = E_3$ (lembre que $E_3 = (0, 0, 1)$).

15. Calcule o produto vetorial de U e V em cada caso:

1. $U = (0, 1, 1)$ e $V = (3, -1, 2)$.
2. $U = (3, -1, 2)$ e $V = (0, 1, 1)$.
3. $U = (-1, 2, 3)$ e $V = (2, -4, -6)$.
4. $U = (1, 1, 1)$ e $V = (1, 2, 3)$.

16. Mostre que $E_1 \times E_2 = E_3$, $E_2 \times E_3 = E_1$ e $E_3 \times E_1 = E_2$.

17. Usando a fórmula para o produto vetorial em coordenadas, mostre que $U \times V$ é ortogonal a U e a V.

18. Determine X tal que $X \times (E_1 + E_3) = 2(E_1 + E_2 - E_3)$ e $\|X\| = \sqrt{6}$.

19. Mostre que os pontos $A = (4, 0, 1)$, $B = (5, 1, 3)$, $C = (3, 2, 5)$ e $D = (2, 1, 3)$ são vértices de um paralelogramo. Calcule a área desse paralelogramo.

20. Dado o triângulo de vértices $A = (0, 1, -1)$, $B = (-2, 0, 1)$ e $C = (1, -2, 0)$, determine a medida da altura relativa ao lado BC.

21. Sejam U e V vetores no espaço com $V \neq 0$.

(a) Determine o número α tal que $U - \alpha V$ seja ortogonal a V.

(b) Mostre que $(U + V) \times (U - V) = 2V \times U$.

22. Determine x para que os pontos $A = (x, 1, 2)$, $B = (2, -2, -3)$, $C = (5, -1, 1)$ e $D = (3, -2, -2)$ sejam coplanares.