

Lista de Exercícios 4

Retas e planos

MAT 038 – GAAL

1. Determine a equação do plano que passa pelo ponto $P = (1, -2, 1)$ e é paralelo ao plano $\pi : 2x - y + 5z - 3 = 0$.

2. Determine a equação do plano que passa pelo ponto $P = (2, 1, 0)$ e é perpendicular aos planos $\pi_1 : x + 2y - 3z + 2 = 0$ e $\pi_2 : 2x - y + 4z - 1 = 0$.

3. Sejam $P = (4, 1, -1)$ e $r : (x, y, z) = (2 + t, 4 - t, 1 + 2t)$.

(a) Mostre que o ponto P não pertence à reta r .

(b) Determine a equação do plano que contém a reta r e o ponto P .

4. Dados os planos $\pi_1 : x + y - z = 0$ e $\pi_2 : 2x - y + 3z = 1$, determine a equação do plano que passa pelo ponto $P = (1, 0, -1)$ e contém $\pi_1 \cap \pi_2$.

5. Dados os planos $\pi_1 : x - y + z + 1 = 0$ e $\pi_2 : x + y - z - 1 = 0$, determine o plano que é perpendicular ao vetor $(-1, 1, -1)$ e contém $\pi_1 \cap \pi_2$.

6. Determine a interseção do plano $\pi : 2x + y + z = 5$ com a reta que passa pela origem e tem vetor diretor $E_1 + 2E_2 + E_3$ (onde E_1, E_2 e E_3 são os vetores canônicos do espaço).

7. Determine se retas

$$r_1 : (x, y, z) = (0, 1, -2) + t(9, 6, 3)$$

e

$$r_2 : (x, y, z) = (1, 3, 1) + s(2, 1, 0)$$

se interceptam e em caso afirmativo determine a interseção.

8. Em cada um dos casos a seguir, determine se os planos se interceptam ou não. Se os planos se interceptarem, determine se a interseção é uma reta ou um plano. Se a interseção for uma reta, determine a equação paramétrica da reta.

(a) $\pi_1 : x + 2y - 3z - 4 = 0$ e $\pi_2 : x - 4y + 2z + 1 = 0$.

(b) $\pi_1 : 2 - y + 4z + 3 = 0$ e $\pi_2 : 4x - 2y + 8z = 0$.

(c) $\pi_1 : x - y = 0$ e $\pi_2 : x + z = 0$.

9. Determine as equações paramétricas da reta que passa pelo ponto $P = (1, 0, 1)$ e é paralela aos planos $\pi_1 : 2x + 3y + z + 1 = 0$ e $\pi_2 : x - y + z = 0$.

10. Determine as equações paramétricas da reta que passa pelo ponto $P = (1, 2, 1)$ e é perpendicular ao plano $\pi : x - y + 2z - 1 = 0$.

11. Considere as retas

$$r_2 : (x, y, z) = t(1, 2, -3)$$

e

$$r_1 : (x, y, z) = (0, 1, 2) + s(2, 4, -6).$$

Determine a equação do plano que contém r_1 e r_2 .

12. Determine o ângulo entre o plano $\pi : 2x - y + z = 0$ e o plano que passa pelo ponto $P = (1, 2, 3)$ e é perpendicular ao vetor $(1, -2, 1)$.

13. Seja π o plano que passa pela origem e é perpendicular à reta que passa pelos pontos $A = (1, 0, 0)$ e $B = (0, 1, 0)$. Determine a distância do ponto $C = (1, 0, 1)$ ao plano π .

14. Dados a reta $r : (x, y, z) = (1, 0, 0) + t(1, 1, 1)$ e os pontos $A = (1, 1, 1)$ e $B = (0, 0, 1)$, determine o ponto de r equidistante de A e B .

15. Determine as equações dos planos que são perpendiculares ao vetor $(2, 2, 2)$ e que distam $\sqrt{3}$ do ponto $(1, 1, 1)$.

16. Determine os pontos do plano $\pi : x - y = 0$ que equidistam dos pontos $A = (1, 1, 0)$ e $B = (0, 1, 1)$.

17. Determine os números a e b tais que a reta

$$r : (x, y, z) = (a, 2, 0) + t(2, b, a)$$

esteja contida no plano $\pi : x - 3y + z = 1$.

18. Determine a equação do plano π que passa por $A = (0, 0, -1)$, $B = (0, 1, 0)$ e $C = (1, 0, 1)$. Determine a distância da origem ao plano π .