

Avaliação 3
Geometria Espacial
MAT 050

28 de junho de 2018

As respostas das questões a seguir devem ser entregues até o final da aula de hoje:

1. (6 pontos) Mostre que, para todo poliedro convexo, valem as desigualdades

$$A + 6 \leq 3F \quad \text{e} \quad A + 6 \leq 3V.$$

2. (7 pontos) Mostre que o volume de um tronco de cone de base circular em função da altura h (do tronco) e dos raios R e r das bases tem a expressão

$$\frac{\pi h}{3}(R^2 + r^2 + Rr).$$

3. (7 pontos) O parabolóide de revolução de altura h é o sólido gerado pela rotação do segmento de altura h da parábola $z = y^2$ (situada no plano OYZ) em torno do eixo vertical OZ (veja a figura abaixo).

Em termos das coordenadas cartesianas (x, y, z) , esse parabolóide é o conjunto dos pontos do espaço cujas coordenadas satisfazem a condição $x^2 + y^2 \leq z \leq h$. Observe que cada plano horizontal $z = c$, com $c > 0$, intersecta o parabolóide segundo um círculo de raio \sqrt{z} . Considere um prisma de altura π , que tem por base o triângulo retângulo isósceles, no plano OYZ , cujos vértices são os pontos O , $(0, 0, h)$ e $(0, h, h)$. Prove que o volume do parabolóide é igual a $\pi h^2/2$.

As respostas das questões a seguir devem ser entregues no início da aula do dia 3-jul-2018.

1. (10 pontos) Seguindo o Capítulo 10 – Poliedros, de "A Matemática do Ensino Médio, Volume 2", escreva a demonstração do Teorema de Euler, procurando justificar as afirmações da melhor forma possível.
2. (10 pontos) Considere uma pirâmide $V-ABCD$ em que o quadrilátero $ABCD$ é um quadrado. Suponha que todas as arestas da pirâmide têm comprimento igual a 4. Sejam M , N e P os pontos situados nas arestas \overline{VA} , \overline{VB} e \overline{VC} tais que \overline{VM} , \overline{VN} e \overline{VP} têm comprimentos iguais a 1, 2 e 3, respectivamente. Seja Q o ponto de intersecção do plano MNP com a aresta \overline{VD} .
 - (a) Qual é o comprimento do segmento \overline{VQ} ?
 - (b) Qual é o volume da pirâmide $V-MNPQ$?