Prova 1 – MAT 105 – GAAL – Turma N – 28 de março de 2018

Nome:

Questão 1 (8 pontos). Considere os pontos $A = (-4, -1)$ e $A' = (2, 3)$. Decida se o segmento AA' corta um dos eixos, nenhum ou ambos. Determine o(s) pontos(s) de intersecção quando existir(em).

Solução. A parametrização do segmento AA' é dada por

$$X_t = (x_t, y_t) = (-4 + 6t, -1 + 4t)$$

para $t \in [0, 1]$. Se o segmento corta o eixo OX, deve existir $t \in [0, 1]$ tal que $y_t = 0$, ou seja, $-1+4t = 0$. Essa equação implica $t = 1/4$. Logo o segmento corta o eixo OX no ponto

$$X_{1/4} = \left(\frac{-5}{2}, 0\right).$$

Se o segmento corta o eixo OY, deve existir $t \in [0, 1]$ tal que $x_t = 0$, ou seja, $-4+6t = 0$. Essa equação implica $t = 2/3$. Logo o segmento corta o eixo OY no ponto

$$X_{2/3} = \left(0, \frac{5}{3}\right).$$

Portanto o segmento corta os dois eixos nos pontos que foram determinados.

Questão 2 (8 pontos). Sejam $A = (2, -3)$ e $B = (4, 1)$. Qual é o ponto do eixo OX equidistante de A e B?

Solução. Seja $P = (x, 0)$ um ponto do eixo OX. Calculamos

$$d(A, P) = \sqrt{(2 - x)^2 + (-3 - 0)^2} = \sqrt{x^2 - 4x + 13}$$

e

$$d(B, P) = \sqrt{(4 - x)^2 + (1 - 0)^2} = \sqrt{x^2 - 8x + 17}.$$

Procuramos x tal que $d(A, P) = d(B, P)$. Essa igualdade é equivalente a $d(A, P)^2 = d(B, P)^2$, ou seja,

$$x^2 - 4x + 13 = x^2 - 8x + 17,$$

ou seja,

$$4x - 4 = 0,$$

ou seja,

$$x = 1.$$

Portanto o ponto P do eixo OX equidistante de A e B é $P = (1, 0)$.