

Parametrização de um Segmento

Em um eixo, sejam A e B pontos com coordenadas a e b , respectivamente. Suponha que A está à esquerda de B . Então $a < b$.

Seja X um ponto do segmento AB com coordenada x . Então $a \leq x \leq b$. Em outras palavras, o segmento AB corresponde ao intervalo $[a, b] \subset \mathbb{R}$. (Lembramos que $[a, b] = \{s \in \mathbb{R} \mid a \leq s \leq b\}$.)



Figura 1: O segmento AB corresponde ao intervalo $[a, b]$.

Para cada ponto X do segmento AB , temos $d(A, X) \leq d(A, B)$. Logo

$$0 \leq \frac{d(A, X)}{d(A, B)} \leq 1.$$

Para cada $t \in [0, 1]$, seja X_t o ponto do segmento AB tal que

$$\frac{d(A, X_t)}{d(A, B)} = t.$$

Então a coordenada x_t do ponto X_t satisfaz

$$\begin{aligned} \frac{|a - x_t|}{|a - b|} &= t, \\ \frac{x_t - a}{b - a} &= t, \end{aligned}$$

ou seja,

$$\begin{aligned} x_t &= a + t(b - a) \\ &= (1 - t)a + tb. \end{aligned}$$

Usamos acima a definição de valor absoluto e as desigualdades $a \leq x_t$ e $a \leq b$.

A função $t \mapsto x_t$ é chamada **parametrização do segmento AB** . A variável t é chamada o **parâmetro**.

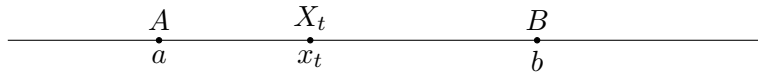


Figura 2: $d(A, X_t)/d(A, B) = (x_t - a)/(b - a)$.

| Valor do parâmetro t | Coordenada x_t | Ponto X_t |
|------------------------|-----------------------|-------------|
| $t = 0$ | $x_0 = a$ | $X_0 = A$ |
| $t = 1$ | $x_1 = b$ | $X_1 = B$ |
| $t = 1/2$ | $x_{1/2} = (a + b)/2$ | $X_{1/2}$ |

Tabela 1: O ponto X_t para alguns valores de t .

O ponto $X_{1/2}$ é chamado o **ponto médio** do segmento AB . Portanto, a coordenada do ponto médio de AB é

$$\frac{a + b}{2}.$$